

UE1-Algèbre à l'écrit - EN7764

48h CM - 44 h TD - 60 h FOAD - 6 devoirs (écrits blancs : annales de concours Agrégation) - 9 ECTS

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant notamment toute l'algèbre linéaire (et multilinéaire) de Licence, l'algèbre de base (groupes, anneaux, corps, polynômes, fractions rationnelles), la géométrie des groupes (vocabulaire des actions de groupes, groupes linéaires classiques), la théorie des nombres, et éventuellement des rudiments d'algèbre commutative.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Compléments de cours.....48 h

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Ils abordent tout ou partie des thèmes suivants (liste non limitative) :

Niveau de difficulté 1

- anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, théorème chinois, automorphismes, indicatrice d'Euler, inversibles
- théorie élémentaire des corps finis
- théorème fondamental des fonctions symétriques
- irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q}
- groupes diédraux ; produit semi-direct
- groupes d'ordre ≤ 8
- théorèmes de Sylow
- décomposition de Jordan-Chevalley
- générateurs de $SL(E)$ et simplicité de $PSL(E)$
- générateurs et simplicité de A_5 et A_n
- exponentielle de matrices ; surjectivité de $\exp : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$
- réduction des endomorphismes orthogonaux et unitaires
- réduction des endomorphismes symétriques et hermitiens
- algorithme de Gram-Schmidt et décomposition QR (orthogonale \times triangulaire)
- algorithme de Gauß et loi d'inertie de Sylvester
- isométries du cube ; isométries du tétraèdre

Niveau de difficulté 2

- groupes d'ordre ≤ 12
- sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- générateurs de $O(E)$, $SO(E)$ et simplicité de $PSO(E)$
- endomorphismes cycliques et réduction de Frobenius
- endomorphismes semi-simples
- réduction des endomorphismes normaux
- décomposition polaire des matrices
- classification des coniques euclidiennes affines
- quaternions, et $SO_4(\mathbb{R})$

Travaux Dirigés.....44 h

Les Travaux Dirigés ont le même but de renforcement disciplinaire que les séances de compléments de cours. Les thèmes qui y seront abordés sont les mêmes que ci-dessus. Parmi diverses sources possibles, les exercices peuvent être choisis parmi les développements classiques des leçons d'oral du concours de l'Agrégation, ainsi que parmi les sujets d'annales d'écrit du concours.