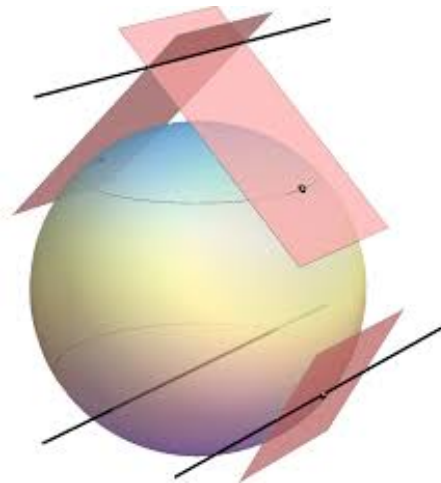


Livret de l'agrégatif

Ressources générales sur internet

- ★ Site du ministère : <https://www.devenirenseignant.gouv.fr/>
- ★ Site du jury du concours : <https://agreg.org/>, avec notamment :
 - le programme du concours
 - les rapports de jury
- ★ Site de la prépa de Rennes : <https://agreg-maths.univ-rennes1.fr/>
- ★ Wiki des étudiants : <https://minerve.ens-rennes.fr/index.php/Accueil>
- ★ Listes de développements classiques :
 - sur le wiki : [.../Développements_par_thèmes](#)
 - sur les fiches des UE du master : algèbre et analyse



Abrégé du programme 2024 : algèbre

⚠ Ce qui suit est un extrait et ne remplace en rien la lecture du programme.

1 Algèbre linéaire

1.1 Espaces vectoriels

- (a) Espaces vectoriels, applications linéaires.
- (b) Sous-espaces stables d'un endomorphisme.

1.2 Espaces vectoriels de dimension finie

- (a) Espaces vectoriels de dimension finie.
- (b) Applications multilinéaires.
- (c) Matrices à coefficients dans un anneau commutatif.
- (d) Polynômes et endomorphismes, réduction, exponentielle.

2 Groupes

- (a) Groupes, morphismes de groupes.
- (b) Groupes cycliques. Groupes abéliens de type fini.
- (c) Groupe des permutations d'un ensemble fini.
- (d) Groupes classiques d'automorphismes d'un espace vectoriel de dim. finie.

3 Anneaux, corps et polynômes

- (a) Anneaux (unitaires), morphisme d'anneaux, sous-anneaux.
- (b) Algèbre des polynômes à une ou plusieurs indéterminées sur un anneau commutatif.
- (c) Corps, sous-corps.
- (d) Divisibilité dans les anneaux commutatifs intègres.
- (e) Congruences dans \mathbb{Z} . Nombres premiers. Étude de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
- (f) Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps.

4 Formes bilinéaires et quadratiques sur un espace vectoriel

- (a) Formes bilinéaires, alternées, symétriques, formes quadratiques.
- (b) Orthogonalité.
- (c) Espaces vectoriels euclidiens et hermitiens.
- (d) Groupe orthogonal, groupe spécial orthogonal.
- (e) Groupe unitaire, groupe spécial unitaire.

5 Géométries affine et euclidienne

- (a) Espace affine et espace vectoriel associé.
- (b) Isométries d'un espace affine euclidien.
- (c) Angles en dimension 2.
- (d) Groupe des isométries laissant stable une partie du plan ou de l'espace.
- (e) Application des formes quadratiques à l'étude des coniques.

Abrégé du programme 2024 : analyse

⚠ Ce qui suit est un extrait et ne remplace en rien la lecture du programme.

6 Analyse à une variable réelle

- 6.1 Nombres réels
- 6.2 Séries numériques
- 6.3 Fonctions définies sur une partie de \mathbb{R} et à valeurs réelles
- 6.4 Fonctions usuelles
- 6.5 Intégration
- 6.6 Suites et séries de fonctions
- 6.7 Convexité

7 Analyse à une variable complexe

- 7.1 Séries entières
- 7.2 Fonctions d'une variable complexe

8 Topologie

- 8.1 Topologie et espaces métriques
- 8.2 Espaces vectoriels normés sur \mathbb{R} ou \mathbb{C}
- 8.3 Espaces de Hilbert

9 Calcul différentiel

- 9.1 Fonctions différentiables
- 9.2 Équations différentielles
- 9.3 Géométrie différentielle

10 Calcul intégral

- 10.1 Notions de théorie de la mesure
- 10.2 Intégration
- 10.3 Analyse de Fourier

11 Probabilités et statistiques

- 11.1 Définition d'un espace probabilisé
- 11.2 Variables aléatoires, loi d'une variable aléatoire
- 11.3 Convergences de suites de variables aléatoires
- 11.4 Statistiques

12 Méthodes numériques

- 12.1 Résolution de systèmes d'équations linéaires
- 12.2 Méth. itératives de rés. approchée d'équations réelles et vect.
- 12.3 Intégration numérique
- 12.4 Approximation de fonctions numériques
- 12.5 Équations différentielles ordinaires

Leçons d'algèbre 2023

101 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
102 Groupe des nb complexes de module 1. Ss-gr. des racines de l'unité. Appl.
103 Conjugaison ds un gr. Ex. de ss-gr, distingués et de gr. quotients. Appl.
104 Groupes abéliens et non ab. finis. Ex. et appl.
105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
106 Groupe linéaire d'un e.v. de dim. finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Appl.
108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

120 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
121 Nombres premiers. Applications.
122 Anneaux principaux. Applications.
123 Corps finis. Applications.
125 Extensions de corps. Exemples et applications.
126 Exemples d'équations en arithmétique.
141 Polynômes irréd. à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et appl.
142 PGCD et PPCM, algorithmes de calcul. Applications
144 Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Ex. et appl.

149 Valeurs propres, vec. propres. Calculs exacts ou approchés d'élts propres. Appl.
150 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.
151 Dim. d'un e.v. (on se limitera au cas de la dim. finie). Rang. Ex. et appl.
152 Déterminant. Exemples et applications
153 Poly. d'endom. en dim. finie. Réduction d'un endom. en dim. finie. Appl.
154 Ss-esp. stables par un(e) (famille d')endom. d'un e.v. de dim. finie. Appl.
155 Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
156 Exponentielle de matrices. Applications.
157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
158 Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
159 Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.
160 Endom. remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dim. finie).
161 Distances et isométries d'un espace affine euclidien.
162 Systèmes d'éq. lin. ; opérations élémentaires, aspects algo. et csq théoriques.
170 Formes quadr. sur un e.v. de dim. finie. Orthogonalité, isotropie. Appl.
171 Formes quadratiques réelles. Coniques. Exemples et applications.

181 Barycentres dans un espace affine réel de dim. finie, convexité. Appl.
190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.
191 Ex. d'utilisation des techniques d'algèbre en géométrie.

Leçons d'analyse 2023

201 Espaces de fonctions. Exemples et applications.
203 Utilisation de la notion de compacité.
204 Connexité. Exemples et applications.
205 Espaces complets. Exemples et applications.
207 Prolongement de fonctions. Exemples et applications.
208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.
209 Approximation d'une fonction par des poly. et des poly. trigo. Ex. et appl.
213 Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.
214 Théo. d'inversion loc. et des fonctions impl. Ex. et appl. en ana. et en géom.
215 Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Ex. et appl.
219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et appl.
220 EDO. Ex. d'étude des solutions en dimension 1 et 2.
221 Équa. diff. linéaires. Systèmes d'équa. diff. linéaires. Ex. et appl.
222 Exemples d'études d'EDO/EDP linéaires.
223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Ex. et appl.
226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples. Applications à la résolution approchée d'équations.
228 Continuité, dérivabilité des fonct. réelles d'une var. réelle. Ex. et appl.
229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Ex.

234 Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables.
235 Problèmes d'interversion de limites et d'intégrales.
236 Illustrer par des ex. qq méth. de calc. d'intégrales de fn d'une ou plusieurs var.
239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Ex. et appl.
241 Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.
243 Séries entières, propriétés de la somme. Ex. et appl.
245 Fonctions d'une var. complexe. Ex. et appl.
246 Séries de Fourier. Exemples et applications.
250 Transformation de Fourier. Applications.
253 Utilisation de la notion de convexité en analyse.
261 Loi d'une variable aléatoire : caractérisations, exemples, applications.
262 Convergences d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limite. Exemples et applications.
264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.
265 Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales.
266 Illustration de la notion d'indépendance en probas.

267 Ex. d'utilisations de courbes en dim. 2 ou supérieure.

Quelques livres classiques : algèbre

⚠ Cette sélection est extrêmement partielle et ridiculement petite.

Ouvrages généraux

RAMIS-DESCHAMPS-ODOUX, *Cours de mathématiques*, Dunod
SZPIRGLAS, *Algèbre L3*, Pearson
COMBES, *Algèbre et Géométrie*, Bréal

Algèbre générale

PERRIN, *Cours d'Algèbre*, Ellipses
BERHUY, *Algèbre, le grand combat*, Calvage et Mounet
GOURDON, *Algèbre*, Ellipses

Algèbre linéaire

GRIFONE, *Algèbre linéaire*, Cépaduès
MANSUY ET MNEIMÉ, *Algèbre linéaire, réduction des endomorphismes*, Vuibert

Groupes

DEL COURT, *Théorie des groupes*, Dunod
CALAIS, *Éléments de théorie des groupes*, PUF
ULMER, *Théorie des groupes*, Ellipses

Représentations de groupes

SERRE, *Représentations linéaires des groupes finis*, Hermann
PEYRÉ, *L'algèbre discrète de la transformée de Fourier*, Ellipses
RAUCH, *Les groupes finis et leurs représentations*, Ellipses

Anneaux et corps

CALAIS, *Éléments de théorie des anneaux*, Ellipses
GOZARD, *Théorie de Galois*, Ellipses
GOBLOT, *Algèbre commutative*, Dunod

Arithmétique, théorie des nombres

DUVERNEY, *Théorie des nombres*, Dunod
HINDRY, *Arithmétique*, Calvage et Mounet

Algèbre bilinéaire et géométrie

ARNAUDIÈS ET FRAYSSE, tome 4 : algèbre bilinéaire et géométrie, Dunod
AUDIN, *Géométrie*, EDP Sciences
GOBLOT, *Thèmes de géométrie*, Masson

Quelques livres classiques : analyse

⚠ Cette sélection est extrêmement partielle et ridiculement petite.

Ouvrages généraux

RAMIS-DESCHAMPS-ODOUX, *Cours de mathématiques*, Dunod
QUEFFÉLEC, ZUILY, *Analyse pour l'agrégation*, Dunod
RUDIN, *Analyse réelle et complexe*, Dunod

Analyse fonctionnelle, distributions, EDP

BRÉZIS, *Analyse fonctionnelle : Théorie et applications*, Dunod
ZUILY, *Éléments de distributions et d'équations aux dérivées partielles*, Dunod
BONY, *Cours d'analyse : Théorie des distributions et analyse de Fourier*, École Polytechnique

Analyse complexe, fonctions holomorphes

AMAR ET MATHERON, *Analyse complexe*, Cassini

Topologie

QUEFFÉLEC, *Topologie*, Dunod

Calcul différentiel

CHAPERON, *Calcul différentiel et calcul intégral*, Dunod
ROUVIÈRE, *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*, Cassini

Intégration

BRIANE ET PAGÈS, *Théorie de l'intégration*, Vuibert
CANDELPERGHER, *Calcul intégral*, Cassini

Probabilités

BARBÉ ET LEDOUX, *Probabilité*, EDP Sciences
OUVRARD, *Probabilités*, Tomes 1 et 2, Cassini

Méthodes numériques

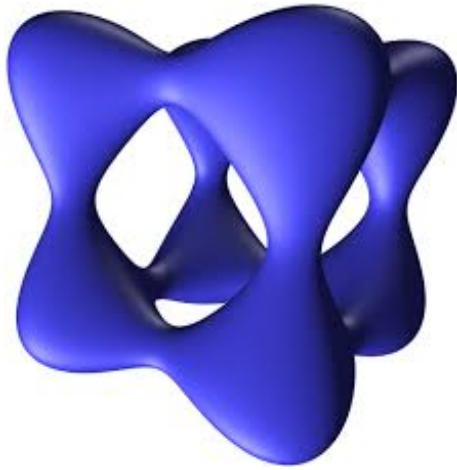
CIARLET, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*, Dunod
DEMAILLY, *Analyse numérique et équations différentielles*, EDP Sciences

Quelques pistes de développements : algèbre

- anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, théorème chinois, automorphismes, indicatrice d'Euler
- théorie élémentaire des corps finis
- théorème fondamental des fonctions symétriques
- irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q}
- groupes diédraux ; produit semi-direct
- groupes d'ordre ≤ 8
- groupes d'ordre ≤ 12
- théorèmes de Sylow
- décomposition de (Dunford-)Jordan-Chevalley
- générateurs de $SL(E)$ et simplicité de $PSL(E)$
- générateurs et simplicité de A_5 et A_n
- exponentielle de matrices ; surjectivité de $\exp : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$
- réduction des endomorphismes orthogonaux et unitaires
- réduction des endomorphismes symétriques et hermitiens
- algorithme de Gram-Schmidt et décomposition QR (orthogonale \times triang.)
- algorithme de Gauss et loi d'inertie de Sylvester
- isométries du cube ; isométries du tétraèdre
- sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- générateurs de $O(E)$, $SO(E)$ et simplicité de $PSO(E)$
- endomorphismes cycliques et réduction de Frobenius
- endomorphismes semi-simples
- réduction des endomorphismes normaux
- décomposition polaire des matrices
- ellipsoïde de John-Loewner
- classification des coniques euclidiennes affines
- quaternions et $SO_4(\mathbb{R})$
- homéomorphisme $\exp : \left\{ \begin{array}{l} \text{matrices} \\ \text{hermitiennes} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{matrices hermitiennes} \\ \text{définies positives} \end{array} \right\}$

Quelques pistes de développements : analyse

- méthode de Newton ; cas des polynômes
- séries entières, fonctions analytiques, exponentielle complexe
- formule de Cauchy pour les fonctions holomorphes
- séries de Fourier
- théorème de Cauchy-Lipschitz
- théorème des extrema liés
- formule d'inversion de Fourier
- théorème d'inversion locale ; théorème des fonctions implicites
- théorème de Hahn-Banach
- inégalités de Hölder, Jensen, Minkowski
- projection sur un convexe fermé dans un Hilbert
- théorème du point fixe de Banach
- théorème d'Ascoli-Arzelà
- théorème de Borel-Cantelli
- théorème de Weierstrass, densité des polynômes orthogonaux (e.g. polynômes de Bernstein)
- prolongement de régularité sous l'intégrale
- fonctions plateau et théorème de Borel
- prolongement méromorphe de la fonction Γ
- approximation de l'identité, convolution, régularisation
- sous-variétés
- développement asymptotique d'une intégrale : phase stationnaire et méthode de Laplace
- théorème limite central
- transformée de Fourier et convergence de mesures (théorème de P. Lévy)
- distributions, espace de Schwartz
- théorème de Paley-Wiener
- théorème de Hadamard-Levy



Ouverture

Pour préparer le concours, il est important de savoir placer chacune des connaissances du programme dans son contexte mathématique et historique ; et de connaître des applications au sein des mathématiques mais aussi dans l'industrie, la physique, la biologie, ainsi que ce qu'on appelle la vraie vie. Lorsque vous aurez réussi le concours, pour l'exercice de votre métier d'enseignant, les mathématiques seront votre matériau de base ; il sera très important d'avoir une culture mathématique large, pour nourrir votre réflexion, vos cours, intéresser vos élèves, répondre aux questions des plus curieux.

Bref, il faut vous ouvrir à des lectures historiques, para-mathématiques, méta-mathématiques, de livres, bandes dessinées, revues, blogs... Vous trouverez ci-dessous une sélection partielle, partielle et incomplète, qu'il faut prendre comme une invitation à vous intéresser à tout ce qui touche les maths.

1. *Cinq minutes de mathématiques*, par E. Behrends, Société Mathématique de France (SMF). Recueil de chroniques mathématiques parues dans le journal *Die Welt*. Récréatif et très facile à lire. Sur le site de la SMF : [ici](#).
2. *Logicomix*, par A. Doxiadis et Ch. Papadimitriou, Vuibert. BD sur la quête des fondements au tournant du vingtième siècle, avec Poincaré, Cantor, Hilbert, Gödel,... C'est génial. Sur le site web de l'éditeur : [ici](#).
3. *Le grand roman des maths*, par Mickaël Launay, Flammarion. Sur le site de l'éditeur : [ici](#).

1. *La mathématique du Chat*, par Philippe Geluck et Daniel Justens, éd. Delagrave / Casterman. Recueil de planches de la BD de Geluck qui montrent comment son célèbre Chat manie les maths. Sur Images des Maths : [ici](#). Sur le site de l'éditeur : [ici](#). Quelques extraits : [ici](#).
2. *Logicomix*, par A. Doxiadis et Ch. Papadimitriou, Vuibert. BD sur la quête des fondements au tournant du vingtième siècle, avec Poincaré, Cantor, Hilbert, Gödel,... C'est génial. Sur le site de l'éditeur : [ici](#).
3. *Les mathématiciens, de l'Antiquité au XXI^e siècle*, ouvrage collectif, Belin. Sur le site de l'éditeur : [ici](#).
4. *Quadrature*, trimestriel, voir <https://www.quadrature.info/>.
5. *Tangente*, magazine bimestriel, <http://tangente-mag.com/>.
6. *Images des maths*, site web sur les maths avec des billets de niveaux de difficulté au choix. Adresse du site : <https://images.math.cnrs.fr/>.
7. *Le dernier théorème de Fermat*, par S. Singh, Pluriel. Sur le site de l'éditeur : [ici](#). Version documentaire disponible sur internet : [ici](#).
8. *La Symphonie des nombres premiers* et *La symétrie ou les maths au clair de lune*, par M. du Sautoy, éditions Héloïse d'Ormesson. Sur le site de l'éditeur : [ici](#) et [là](#).
9. *Les aventures d'Anselme Lanturlu*, par J.-P. Petit. Série de BD dont *Le Géométricon* et *Le Topologicon*. Téléchargement libre : [ici](#).
10. *Le monde mathématique*, par M. Gardner, éditions Pour la Science.
11. *Les mathématiques*, par I. Stewart, Belin.
12. *Mathématiques, un nouvel âge d'or*, par Keith Devlin, éd. Masson.
13. *Les chroniques de Rose Polymath*, par I. Stewart, Belin. Série de BD. Sur le site de l'éditeur : [ici](#).
14. *Trente livres de mathématiques qui ont changé le monde*, par J.-J. Samueli et J.-C. Boudenot, Ellipses. Sur le site de l'éditeur : [ici](#).
15. *Des mathématiciens de A à Z*, par B. Hauchecorne et D. Suratteau, Ellipses. Sur le site de l'éditeur : [ici](#).

