

FICHES DESCRIPTIVES DES UE

MASTER DE MATHÉMATIQUES
ET APPLICATIONS

2ème année

Parcours
Préparation à l'agrégation externe,
métiers de l'enseignement

UE1-Algèbre à l'écrit - EN7764

48h CM - 44 h TD - 60 h FOAD - 6 devoirs (écrits blancs : annales de concours Agrégation) - 9 ECTS

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant notamment toute l'algèbre linéaire (et multilinéaire) de Licence, l'algèbre de base (groupes, anneaux, corps, polynômes, fractions rationnelles), la géométrie des groupes (vocabulaire des actions de groupes, groupes linéaires classiques), la théorie des nombres, et éventuellement des rudiments d'algèbre commutative.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Compléments de cours.....48 h

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Ils abordent tout ou partie des thèmes suivants (liste non limitative) :

Niveau de difficulté 1

- anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, théorème chinois, automorphismes, indicatrice d'Euler, inversibles
- théorie élémentaire des corps finis
- théorème fondamental des fonctions symétriques
- irréductibilité des polynômes cyclotomiques sur \mathbb{Q}
- groupes diédraux ; produit semi-direct
- groupes d'ordre ≤ 8
- théorèmes de Sylow
- décomposition de Jordan-Chevalley
- générateurs de $SL(E)$ et simplicité de $PSL(E)$
- générateurs et simplicité de A_5 et A_n
- exponentielle de matrices ; surjectivité de $\exp : M_n(\mathbb{C}) \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$
- réduction des endomorphismes orthogonaux et unitaires
- réduction des endomorphismes symétriques et hermitiens
- algorithme de Gram-Schmidt et décomposition QR (orthogonale \times triangulaire)
- algorithme de Gauß et loi d'inertie de Sylvester
- isométries du cube ; isométries du tétraèdre

Niveau de difficulté 2

- groupes d'ordre ≤ 12
- sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$
- générateurs de $O(E)$, $SO(E)$ et simplicité de $PSO(E)$
- endomorphismes cycliques et réduction de Frobenius
- endomorphismes semi-simples
- réduction des endomorphismes normaux
- décomposition polaire des matrices
- classification des coniques euclidiennes affines
- quaternions, et $SO_4(\mathbb{R})$

Travaux Dirigés.....44 h

Les Travaux Dirigés ont le même but de renforcement disciplinaire que les séances de compléments de cours. Les thèmes qui y seront abordés sont les mêmes que ci-dessus. Parmi diverses sources possibles, les exercices peuvent être choisis parmi les développements classiques des leçons d'oral du concours de l'Agrégation, ainsi que parmi les sujets d'annales d'écrit du concours.

UE2-Analyse à l'écrit - EN7765

48h CM - 44 h TD - 60 h FOAD – 6 devoirs (écrits blancs : annales de concours Agrégation) - 9 ECTS

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant notamment toute l'analyse de Licence (fonctions de variable réelle, suites et séries), l'intégration, les fonctions holomorphes, l'analyse hilbertienne, l'analyse fonctionnelle, l'étude élémentaire des équations différentielles, la transformation de Fourier, les probabilités de Licence, les chaînes de Markov, des bases d'analyse numérique, et éventuellement des rudiments sur les distributions.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Compléments de cours.....48 h

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Ils abordent tout ou partie des thèmes suivants (liste non limitative) :

Niveau de difficulté 1

- méthode de Newton ; cas des polynômes
- séries entières, fonctions analytiques, exponentielle complexe
- formule de Cauchy pour les fonctions holomorphes
- séries de Fourier
- théorème de Cauchy–Lipschitz
- théorème des extrema liés
- formule d'inversion de Fourier
- théorème d'inversion locale ; théorème des fonctions implicites
- Théorème de Hahn-Banach
- inégalités de Hölder, Jensen, Minkowski
- projection sur un convexe fermé dans un Hilbert
- théorème du point fixe de Banach
- théorème d'Ascoli-Arzelà
- théorème de Borel-Cantelli
- théorème de Weierstraß, densité des polynômes orthogonaux (polynômes de Bernstein)
- prolongement de régularité sous l'intégrale

Niveau de difficulté 2

- fonctions plateau et théorème de Borel
- prolongement méromorphe de la fonction Γ
- approximation de l'identité, convolution, régularisation
- sous-variétés
- développement asymptotique d'une intégrale, phase stationnaire et méthode de Laplace
- théorème limite central
- transformée de Fourier et convergence de mesures (théorème de P. Lévy)
- distributions, espace de Schwartz
- théorème de Paley-Wiener
- théorème de Hadamard-Lévy

Travaux Dirigés.....44 h

Les Travaux Dirigés ont le même but de renforcement disciplinaire que les séances de compléments de cours. Les thèmes qui y seront abordés sont les mêmes que ci-dessus. Parmi diverses sources possibles, les exercices peuvent être choisis parmi les développements classiques des leçons d'oral du concours de l'Agrégation, ainsi que parmi les sujets d'annales d'écrit du concours.

UE3-Algèbre et Analyse à l'oral 1 - EN7766

66h CM – 15 h TD – 1 oral blanc de type leçon du concours de l'Agrégation - 9 ECTS

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant les prérequis des modules *Algèbre à l'écrit* et *Analyse à l'écrit*.

Programme de l'UE

Le contenu disciplinaire à proprement parler est le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques. Les connaissances concrètes apportées dans ce module sont la maîtrise et la présentation réfléchie et organisée des connaissances mathématiques liées au thème d'une leçon du concours, suivant une forme et un chronométrage contraints. On insiste sur l'aspect central de la leçon qui est son caractère oral, et notamment sur la clarté de l'exposition et la capacité à dialoguer avec un auditeur (faisant figure de jury).

Leçons d'oral de type concours.....66 h

Cet enseignement consiste en la présentation de leçons de l'oral du concours d'Agrégation, par les étudiants de la préparation, encadrées par un enseignant. Les séances durent 1h30.

Les leçons sont choisies dans la liste de leçons du concours. Les étudiants préparent et présentent ces leçons par binôme (sauf si un effectif étudiant suffisamment réduit permet de faire passer les étudiants seuls). Ils rencontrent l'enseignant référent pour discuter du plan de leçon qu'ils prévoient de présenter. La rencontre doit avoir lieu deux à trois semaines avant le passage en classe, pour pouvoir prendre en compte les remarques issues de la discussion avec l'enseignant.

Ce module a lieu au premier semestre de l'année ; il contient des leçons d'algèbre *et* d'analyse-probabilités.

Oral blanc..... 1 h

Un oral blanc de 1h est organisé pour chaque étudiant en fin de semestre. Il consiste en la préparation et la présentation d'une leçon dans les conditions du concours. L'étudiant passe devant un jury composé d'au moins 2 enseignants.

Ce module a lieu au premier semestre de l'année ; il contient des leçons d'algèbre *et* d'analyse-probabilités.

Mémoire.....

La rédaction d'un mémoire basé sur une présentation de leçon (voir UE7-Mémoire-EN7772 ci-après) est supervisée et évaluée par l'enseignant qui a encadré la leçon.

UE4-Langue (anglais, allemand, espagnol)- EN7767

30h TD - 3 ECTS

Prérequis

Un niveau de langue qui correspond à un niveau B2 du Cadre Européen Commun de Référence pour les Langues dans l'une des langues suivantes : anglais, allemand ou espagnol.

Programme de l'UE

L'objectif de cet enseignement est de développer et de renforcer les compétences et connaissances en langue (travail sur la compréhension et expression orales, sur la compréhension et expression écrites) afin de consolider et/ou atteindre les niveaux B2/C1 du Cadre Européen Commun de Référence pour les Langues. Le niveau B2 pourra être validé par l'obtention du CLES 2 et/ou du TOEIC. Des ressources sont à disposition des étudiants au centre de ressources du SCELVA (Bât du SCELVA, RDC) ainsi qu'en ligne (site du SCELVA et support de cours spécifique en ligne).

Plus concrètement, ce module vise à faciliter une utilisation fluide d'une des trois langues proposées, à l'écrit comme à l'oral, notamment dans le domaine scientifique.

Travaux Dirigés de Langues.....30 h

Le travail de l'année s'articulera autour de thèmes majeurs en lien avec l'actualité et le domaine scientifique, permettant ainsi aux étudiants d'acquérir des notions propres à leur domaine de spécialité, et au monde professionnel. L'accent sera mis sur l'aspect « communication » avec de nombreuses interactions orales tout au long de l'année qui permettront à l'étudiant de s'entraîner à prendre la parole en public. L'écrit scientifique sera également abordé ainsi que des compétences transversales (type rédaction de rapport synthétique). Les étudiants auront l'occasion de travailler les notions grammaticales de l'anglais selon leur niveau.

Des projets en lien avec les exigences du monde professionnel pourront être proposés (conférences, small talk, jobfair en parallèle avec le forum des masters, role-playing games et débats).

L'évaluation se fait par contrôle continu exclusivement.

UE1-Algèbre et Analyse à l'oral 2-EN7768

66h CM – 15h TD – 1 oral blanc de type leçon du concours de l'Agrégation - 12 ECTS

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant les prérequis des modules *Algèbre à l'écrit* et *Analyse à l'écrit*.

Programme de l'UE

Le contenu disciplinaire à proprement parler est le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques. Les connaissances concrètes apportées dans ce module sont la maîtrise et la présentation réfléchie et organisée des connaissances mathématiques liées au thème d'une leçon du concours, suivant une forme et un chronométrage contraints. On insiste sur l'aspect central de la leçon qui est son caractère oral, et notamment sur la clarté de l'exposition et la capacité à dialoguer avec un auditeur (faisant figure de jury).

Leçons d'oral de type concours.....66 h

Cet enseignement consiste en la présentation de leçons de l'oral du concours d'Agrégation, par les étudiants de la préparation, encadrées par un enseignant. Les séances durent 1h30.

Les leçons sont choisies dans la liste de leçons du concours. Les étudiants préparent et présentent ces leçons par binôme (sauf si un effectif étudiant suffisamment réduit permet de faire passer les étudiants seuls). Ils rencontrent l'enseignant référent pour discuter du plan de leçon qu'ils prévoient de présenter. La rencontre doit avoir lieu deux à trois semaines avant le passage en classe, pour pouvoir prendre en compte les remarques issues de la discussion avec l'enseignant.

Ce module a lieu au deuxième semestre de l'année ; il contient des leçons d'algèbre *et* d'analyse-probabilités.

Oral blanc..... 1 h

Un oral blanc de 1h est organisé pour chaque étudiant en fin de semestre. Il consiste en la préparation et la présentation d'une leçon dans les conditions du concours. L'étudiant passe devant un jury composé d'au moins 2 enseignants.

Mémoire.....

La rédaction d'un mémoire basé sur une présentation de leçon (voir UE7-Mémoire-EN7772 ci-après) est supervisée et évaluée par l'enseignant qui a encadré la leçon.

Informatique à l'oral

66h CM – 15h TD – 1 oral blanc de type leçon du concours de l'Agrégation – 12 ECTS

Prérequis

Le programme de Licence 3 d'Informatique.

Programme de l'UE

Le contenu disciplinaire à proprement parler est le programme officiel d'informatique (option D) de l'Agrégation de Mathématiques. Les connaissances concrètes apportées dans ce module sont la maîtrise et la présentation réfléchie et organisée des connaissances informatiques liées au thème d'une leçon du concours, suivant une forme et un chronométrage contraint. On insiste sur l'aspect central de la leçon qui est son caractère oral, et notamment sur la clarté de l'exposition et la capacité à dialoguer avec un auditeur (faisant figure de jury).

Leçon d'oral de type concours.....66 h

Cet enseignement consiste en la présentation de leçons de l'oral du concours d'Agrégation, par les étudiants de la préparation, encadrées par un enseignant. Les séances durent 1h30. Les leçons sont choisies dans la liste de leçons du concours. Les étudiants préparent et présentent ces leçons par binôme. Ils rencontrent l'enseignant référent pour discuter du plan de leçon qu'ils prévoient de présenter. La rencontre doit avoir lieu deux à trois semaines avant le passage en classe, pour pouvoir prendre en compte les remarques issues de la discussion avec l'enseignant.

Ce module a lieu au premier semestre de l'année ; il contient des leçons d'informatique.

Oral blanc.....1 h

Un oral blanc de 1h est organisé pour chaque étudiant en fin de semestre. Il consiste en la préparation et la présentation d'une leçon dans les conditions du concours. L'étudiant passe devant un jury composé d'au moins 2 enseignants.

UE3-Option A - Probabilités et Statistiques-EN7769

90h CM - 20 h TP – 12 ECTS

Prérequis

Les programmes de Probabilités en Licence 3 de Mathématiques, de Probabilités (Chaînes de Markov et Martingales) et Statistique Mathématique en Master 1 de Mathématiques Fondamentales.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques pour le tronc commun et pour l'option Probabilités et Statistiques.

Des compléments de cours visent à renforcer les connaissances acquises en L3 et M1 en mettant l'accent sur leurs utilisations pratiques. Des études de texte de modélisation confrontent les étudiants à une situation à modéliser et à analyser avec les outils probabilistes et statistiques du programme. L'UE comprend l'étude d'un logiciel de calcul en probabilités et statistiques pour illustrer les études de texte.

Compléments de cours.....40 h

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Une liste non limitative de thèmes abordés est : Simulation de variables aléatoires, Transformées exponentielles de loi, Théorèmes *limite* en probabilités, Vecteurs gaussiens, Modèle linéaire gaussien, Méthodes de Monte-Carlo, Estimation statistique, Tests statistiques, Chaîne de Markov, Espérance conditionnelle, Martingales, Processus de Poisson, Files d'attente.

Études de texte.....50 h

L'UE comprend l'étude de textes de modélisation analogues à ceux de l'épreuve de modélisation de l'agrégation (option probabilités et statistiques). Les étudiants préparent par roulement des exposés fondés sur ces textes dont les attentes sont identiques à l'épreuve du concours. En temps limité (40 minutes), un exposé doit modéliser une situation, l'analyser avec des outils de probabilités et statistiques et proposer une discussion critiques sur les résultats obtenus. Les phénomènes mis en évidence seront illustrés informatiquement. Chaque exposé est complété d'une séance de questions et d'échanges avec le public tenant lieu de jury.

Travaux Pratiques.....20 h

Les Travaux Pratiques ont but pour la maîtrise d'un logiciel de calcul probabiliste et statistique (type Scilab). L'objectif est de pouvoir illustrer informatiquement des phénomènes probabilistes et statistiques et comprendre la simulation de lois usuelles, l'estimation de paramètres inconnus, l'illustration de convergences probabilistes, la mise en œuvre de tests statistiques.

Oraux blancs.....deux ou trois par étudiant

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

UE4-Option B - Calcul scientifique-EN7770

90h CM - 20 h TP – 12 ECTS

Prérequis

Les programmes d'algèbre linéaire et bilinéaire, d'analyse des équations différentielles, d'analyse numérique et de calcul différentiel en Licence 3 de Mathématiques, d'équations aux dérivées partielles en Master 1 de Mathématiques Fondamentales.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques pour le tronc commun et pour l'option Calcul Scientifique.

Des compléments de cours visent à renforcer les connaissances acquises en L3 et M1 en mettant l'accent sur leurs utilisations pratiques. Des études de texte de modélisation confrontent les étudiants à une situation réelle à modéliser et à analyser sur la base des connaissances du programme. L'UE comprend l'utilisation d'un logiciel de calcul scientifique pour illustrer ces études de texte.

Compléments de cours.....40 h

Les compléments de cours sont destinés à compléter et renforcer les connaissances des étudiants sur certains points du programme de l'Agrégation. Une liste non limitative de thèmes abordés est : Interpolation polynomiale, Intégration numérique, Algèbre linéaire numérique, Approximation de valeurs propres, Résolution d'équations non-linéaires, Optimisation, Analyse qualitative des EDO et approximation numérique des EDO, EDP linéaires en dimension 1 (équations de transport, de Laplace, de la chaleur, et des ondes), Méthode des différences finies en dimension 1.

Études de texte.....50 h

L'UE comprend l'étude de textes de modélisation analogues à ceux de l'épreuve de modélisation de l'agrégation (option calcul scientifique). Les étudiants associés en binôme préparent par roulement des exposés fondés sur ces textes dont les attentes sont identiques à l'épreuve du concours. En temps limité (40 minutes), un exposé doit modéliser une situation, l'analyser avec des outils de calcul scientifique et proposer une discussion critique sur les résultats obtenus. Les phénomènes mis en évidence seront illustrés informatiquement. Chaque exposé est complété d'une séance de questions et d'échanges avec le public tenant lieu de jury.

Travaux Pratiques.....20 h

Les Travaux Pratiques ont pour but la maîtrise d'un logiciel de calcul scientifique (type Scilab). L'objectif est de pouvoir illustrer informatiquement un phénomène à travers la résolution d'un modèle mathématique par une ou plusieurs méthodes numériques. Les propriétés qualitatives et quantitatives de ces méthodes font généralement l'objet d'une étude illustrée.

Oraux blancs.....deux ou trois par étudiant

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

UE5-Option C - Calcul formel-EN7771

90h CM - 20 h TP - 12 ECTS

Prérequis

Le programme de l'option C calcul formel, considère les opérations de l'algèbre et de l'arithmétique (sur les entiers, polynômes, corps finis, matrices) en se focalisant sur les aspects effectifs et les questions de complexité des algorithmes sous-jacents. Il n'y a donc pas de pré-requis particuliers au niveau des connaissances théoriques mais une pratique de la programmation élémentaire (conditions, boucles,...) est bienvenue même si elle n'est pas essentielle.

Programme de l'UE

Le programme officiel du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques.

Cours.....40 h

Les cours reprendront principalement certains aspects du programme d'algèbre (interpolation, algorithme d'Euclide, corps finis) en développant les aspects effectifs. Des leçons plus spécifiques sur le résultant, les codes correcteurs et la cryptographie le compléteront.

Préparation de texte.....50 h

Par binômes, les étudiants prépareront à la maison et présenteront un texte de l'épreuve. Cela leur permettra de se familiariser avec l'épreuve sans souci de temps. On leur demandera aussi d'exposer une des notions théoriques abordées dans le texte afin de renforcer la compréhension de ces dernières.

Travaux Pratiques.....20 h

Les Travaux Pratiques ont pour but de familiariser les étudiants avec la partie « illustration informatique » de l'oral. Ils se dérouleront avec le logiciel de calcul formel Sage et serviront également à revoir les notions vues en cours sous un angle différent.

Oraux blancs.....deux ou trois par étudiant

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

Informatique

90h CM - 20 h TP – 12 ECTS

Prérequis

Le programme de Licence 3 Informatique dans les domaines de l'algorithmique, les langages formels, la logique et la calculabilité.

Programme de l'UE

Le programme est celui du concours de l'Agrégation externe de Mathématiques option D (Informatique). Des compléments de cours visent à renforcer les connaissances acquises en L3 en mettant l'accent sur leurs utilisations pratiques. Des études de texte de modélisation confrontent les étudiants à une situation à modéliser et à analyser avec les notions informatiques du programme de l'agrégation. L'UE comprend l'étude du langage de programmation Ocaml.

Compléments de cours.....40 h

Les compléments de cours permettent de renforcer les connaissances en programmation et en modélisation. Une liste non limitative de thèmes abordés est : algorithmique des graphes, optimisation, codes correcteurs, programmation fonctionnelle, architecture des ordinateurs.

Études de texte50 h

L'UE comprend l'étude de textes de modélisation analogues à ceux de l'épreuve de modélisation de l'agrégation (option informatique). Les étudiants préparent par roulement des exposés fondés sur ces textes dont les attentes sont identiques à l'épreuve du concours. En temps limité (40 minutes), un exposé doit modéliser une situation, l'analyser avec des méthodes informatiques et proposer une discussion critique sur les résultats obtenus. Les phénomènes mis en évidence seront illustrés informatiquement. Chaque exposé est complété d'une séance de questions et d'échanges avec le public tenant lieu de jury.

Travaux Pratiques..... 20 h

Les Travaux Pratiques ont but pour la maîtrise du langage de programmation Ocaml. L'objectif est de pouvoir maîtriser différents styles de programmation, savoir justifier ses choix en fonction des problèmes de modélisation posés.

Oraux blancs.....deux ou trois par étudiant

Il s'agit d'une présentation d'un texte en conditions réelles. La durée limitée de préparation a pour objectif d'amener l'étudiant à gérer son temps de manière optimale le jour de l'oral.

UE7-Mémoire-EN7772

66h travail personnel – 4 semaines de stage - 6 ECTS

Prérequis

Le programme de Master 1 de Mathématiques Fondamentales, incluant les prérequis des modules *Algèbre à l'écrit* et *Analyse à l'écrit*.

Rédaction d'un mémoire sur une leçon d'oral de type concours..... 66 h

Dans ce module il est demandé aux étudiants de rédiger un mémoire sur un leçon d'oral qu'ils auront préparée et présentée auparavant dans le cadre de l'un des modules *Algèbre et Analyse à l'oral 1* ou *Algèbre et Analyse à l'oral 2*. Les leçons étant présentées en binômes, deux étudiants d'un même binôme doivent choisir deux leçons différentes pour le mémoire. Le mémoire est un texte cohérent, avec de vraies phrases, une structure et des articulations. Il inclut le plan de la leçon, la bibliographie utilisée, les démonstrations des développements proposés, les questions posées par l'enseignant encadrant (faisant office de jury) et leurs réponses. On n'y démontre pas *tous* les résultats énoncés dans le plan, mais il est bienvenu d'inclure les démonstrations qui semblent les plus éclairantes. Il y a donc des choix à faire et ceux-ci relèvent du regard particulier que porte l'étudiant sur la leçon; ils lui donnent du relief et sont appréciés par la correcteur. La soumission d'une version préliminaire est encouragée pour pouvoir produire une version finale satisfaisante.

La longueur attendue pour le mémoire est de 15 à 20 pages.

Le mémoire est rédigé avec le logiciel Latex. Les règles en vigueur pour la rédaction des mathématiques, tant du point de vue grammatical, orthographique que typographique, doivent être respectées scrupuleusement.